

Девета српска математичка олимпијада 2015. године

1. Жаба се налази у координатном почетку Декартовог координатног система. Сваке секунде жаба скочи хоризонтално или вертикално у неку од четири суседне тачке чије су обе координате целобројне. Одредити број различитих тачака у којима се жаба може налазити након 2015 секунди.
2. Изабрана су два различита троцифрена природна броја, а затим је за сваки од њих израчунат збир свих пет бројева који се добијају мењањем редоследа цифара тог броја (на пример, ако је један од тих бројева 707, одговарајући збир је $2401 = 770 + 77 + 77 + 770 + 707$). Да ли добијени резултати морају бити различити?
3. Доказати неједнакост

$$1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \cdots + \frac{1}{2015^3} < \frac{5}{4}.$$

4. Дијагонале AD , BE , CF шестоугла $ABCDEF$ уписаног у кружницу секу се у тачки S , при чему су дужи AB и CF паралелне, а праве DE и CF се секу у тачки M . Нека је N таква тачка да је M средиште дужи SN . Доказати да кружница описана око троугла ADN садржи средиште дужи CF .