Осма српска математичка олимпијада 2014. године

1. Доказати да за реалне бројеве a, b, c, d, e који припадају интервалу $[0,1]$ важи неједнакост
$$(1+a+b+c+d+e)^2 \geqslant 4(a^2+b^2+c^2+d^2+e^2).$$
Када важи једнакост?

2. Доказати да не постоје ненегативни цели бројеви a, b, c, d такви да важи
$$2^a+4^b+5^c=2014^d.$$

3. Дијагонале паралелограма $ABCD$, са оштрим углом у темену A, секу се у тачки E. Кружница описана око троугла ACD сече праве AB, BC, BD још у тачкама K, L, P, тим редом. Кружница описана око троугла CEL сече праву BD још у тачки M. Доказати да важи $KD \cdot KM = KL \cdot PC$.

4. За округлим столом седи 100 особа, међу којима је 50 жена и 50 мушкараца. Доказати да се могу наћи две особе различитог пола између којих седе тачно две особе, и то различитог пола.