

Седма српска математичка олимпијада 2013. године

1098. Докажи да у скупу бројева облика $48 + 2013k$ (k је природан број) има бесконачно много потпуних квадрата.

1099. На неким пољима шаховске табле постављена је по једна фигура, тако да се у сваком квадрату 3×3 (састављеном од 9 поља) налази тачно по једна фигура. Колико

а) најмање б) највише
фигура је постављено на табли?

1100. Дат је круг k и његов пречник AB . Докажи да је свака тачка S у унутрашњости круга k центар уписаног круга неког троугла чија су два теме на кружности k , а треће теме на дужи AB .

1101. Нека су a, b, c позитивни реални бројеви чији је збир једнак 1. Докажи да важи неједнакост

$$\frac{1}{\sqrt{a+bc}} + \frac{1}{\sqrt{b+ca}} + \frac{1}{\sqrt{c+ab}} \geq \frac{9}{2}.$$

Када важи једнакост?