

# Пета српска математичка олимпијада

## 2011. године

1. Тетрамино је многоугао површине 4 чије су све странице целобројне дужине и сваке две суседне странице су узајамно нормалне. (Такав многоугао може се саставити од четири јединична квадрата при чему сваки квадрат има заједничку страницу са бар једним од остала три квадрата). Два тетрамина сматрамо различитим ако се један из другог не могу добити симетријом и/или ротацијом.
  - а) Колико има различитих тетрамина?
  - б) Да ли је могуће покрити без преклапања правоугаоник  $4 \times 7$  тетраминима тако да се сваки тетрамино употреби бар једанпут?
2. Означимо са  $p(n)$  производ свих цифара броја  $n$ . Израчунај вредност збира  $p(1001) + p(1002) + p(1003) + \dots + p(2011)$ .
3. У правоуглом троуглу  $ABC$  на катетама  $BC$  и  $CA$  редом ( $BC > CA$ ) означене су тачке  $M$  и  $N$  такве да је  $BM = AC$  и  $AN = CM$ . Одреди угао између правих  $BN$  и  $AM$ .
4. Одреди најмању вредност израза  $S = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \frac{1}{\sqrt{abc}}$  за позитивне реалне бројеве  $a, b$  и  $c$  са особином  $a + b + c = 1$ .