

Државно такмичење из математике

седми разред:

2019.

1. Ако је $\sqrt{49 - x^2} - \sqrt{25 - x^2} = 3$, одреди вредност израза $\sqrt{49 - x^2} + \sqrt{25 - x^2}$.
2. Одреди све начине на које се број 2019 може представити као збир узастопних целих бројева (два или више).
3. У оштроуглом троуглу ABC , тачке D и E су подножја висина из C и A , тим редом, при чему важи $AD = BC$. Ако је F подножје нормале из тачке D на дуж AE , докажи да је полуправа BF симетрала угла ABC .
4. Дат је правоугли троугао ABC са правим углом код темена C и углом BAC од 20° . На хипотенузи AB дате су тачке O и D , такве да је D средиште дужи OB , а круг са центром у O , полупречника OD , додирује страну AC . Одреди величину угла BOD .
5. За природан број кажемо да је *добар* ако се при његовом разлагању на просте чиниоце, сваки прост чинилац појављује са непарним изложиоцем. (На пример, $17 = 17^1$, $35 = 5^1 \cdot 7^1$, $54 = 2^1 \cdot 3^3$ су добри бројеви.) Одреди највећи број n такав да постоји n узастопних природних бројева који су сви добри.