

Државно такмићење из математике

шести разред:

2018.

1. Број чланова библиотеке био је 2012. године за једну петину већи него 2011. године, 2013. године био је за једну петину већи него 2012. године, 2014. године био је за једну петину већи него 2013. године, а 2015. године био је за три петине мањи него 2014. године. Ако је број чланова библиотеке 2015. године био за 6176 члнова мањи него 2011. године, колико је чланова библиотека имала 2015. године?
2. Троугао ABC је једнакокрак са основицом AB и углом при врху C једнаким 30° . Тачке D и E су подножја висина из темена A и B , редом, а тачке F и G су средишта страница BC и AC , редом. Докажи да су праве DG и EF узајамно нормалне.
3. На табли је написан произвољан троцифрен природан број чија јединица није 0. У сваком потезу са табле се избрише број који је већ на табли и уместо њега упише апсолутна вредност разлике тог броја и броја написаног истим цифрама у обрнутом редоследу. Докажи да ће на табли након неколико потеза остати број 0.
4. Дат је оштроугли троугао ABC и полуправе Ax и Ay , такве да углови xAB и yAC немају заједничких тачака са троуглом и да је $\angle xAB = \angle yAC < 90^\circ$. Нека су B' и C' подножја нормала из темена B и C на полуправе Ax и Ay , редом, и нека је M средиште странице BC . Докажи да је $MB' = MC'$.
5. Колико има парних петоцифрених природних бројева чије су све цифре међусобно различите и различите су од нуле, и сваке две су узајамно просте?