

Државно такмичење из математике

седми разред:

2018.

1. Колико има петоцифрених природних бројева палиндрома x , таквих да је и $3x$ такође петоцифрени палиндром? [Број је палиндром ако се исто чита слева удесно као и десна улево.]
2. Нека је $A_1A_2 \dots A_{12}$ правилни дванаестоугао, D и E подножја висина из темена A_8 и A_1 , редом, троугла $A_1A_5A_8$. Означимо са M подножје нормале из тачке D на A_1A_8 . Докажи да је $A_1M = A_8E$.
3. Нека је $k(O, r)$ полукружница над дужи AB као пречником. Кружница $k_1(O_1, r_1)$ додирује пречник AB у његовом средишту и полукружницу k . Кружнице $k_2(O_2, r_2)$ и $k_3(O_3, r_3)$ додирују полукружницу k , пречник AB и кружницу k_1 . Докажи да су тачке O , O_2 , O_1 и O_3 темена ромба.
4. Одреди све реалне бројеве a такве да су бројеви $a + \sqrt{15}$ и $\frac{1}{a} - \sqrt{15}$ цели.
5. На табли су написана 24 различита природна броја не већа од 50. Докажи да међу њима постоје два чији је збир дељив са 7.