

Државно такмичење из математике

седми разред:

2017.

1. Над катетама $AC = b$ и $BC = a$ правоуглог троугла ABC као пречницима конструисане су кружнице k_1 и k_2 . Права p додирује те кружнице у тачкама M и N . Изрази дужину MN у зависности од a и b .
2. Ако за реалан број a , $a > 1$, важи једнакост $a - \sqrt{a} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}$, израчунај $a + \frac{1}{a}$.
3. Одреди све четвороцифрене бројеве \overline{abcd} који су потпуни квадрати и имају особину да постоји цифра k , $k > 0$, таква да је број чије су цифре редом (слева на десно) $a - k$, $b - k$, $c - k$, $d - k$ такође потпун квадрат.
4. Збир тупих углова конвексног многоугла је 2017° . Колико страница има тај многоугао?
5. Две екипе A и B се на једном математичком квизу боре за гомилу на којој је 2017 бомбона. У овој игри капитени екипа вуку наизменично потезе, а почиње екипа A . У једном потезу је могуће или узети једну бомбону са неке од постојећих гомила или неку од постојећих гомила поделити на две или више мањих гомила са истим бројем бомбона у свакој. У игри побеђује она екипа чији капитен узме последњу бомбону. Докажи да екипа B има победничку стратегију.