

# Државно такмичење из математике

## шести разред:

# 2015.

1. Одреди све троцифрене бројеве који су пет пута већи од производа својих цифара.
2. На катетама  $AC$  и  $BC$  правоуглог троугла  $ABC$  дате су редом тачке  $M$  и  $N$  такве да је  $AM = BN$ . Нека је  $D$  тачка таква да је троугао  $ABD$  једнакокрако-правоугли са правим углом код темена  $D$ , при чему се  $C$  и  $D$  налазе са исте стране праве  $AB$ . Докажи да је троугао  $MND$  такође једнакокрако-правоугли.
3. Продавац је у понедељак повећао цену лимуна за  $x\%$ . Продаја је опала и он је у среду смањио цену за  $y\%$  и схватио да је цену вратио на ону пре повећања. Израчунај разлику  $\frac{1}{y} - \frac{1}{x}$ .
4. Да ли је могуће наћи 12 различитих природних бројева таквих да не постоји ни једна седморка тих бројева чији је збир дељив са 7?
5. Дат је трапез  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ). Нека је  $P$  пресек симетрала спољашњих углова код темена  $D$  и  $A$ , а  $Q$  пресек симетрала спољашњих углова код темена  $B$  и  $C$ . Докажи да је дужина дужи  $PQ$  једнака половини обима трапеза  $ABCD$ .