

# Државно такмичење из математике

## седми разред:

2015.

1. Израчунај  $xу - 2уz$ , ако су  $x, y, z$  реални бројеви и ако је  $x^2 + 6у = 4 \cdot (xz - z^2 - 1)$  и  $2x + 3у = 4z$ .
2. Кружнице  $k_1$  и  $k_2$  секу се у тачкама  $A$  и  $B$ . Права  $p$  која садржи тачку  $B$  сече кружнице  $k_1$  и  $k_2$  редом још у тачкама  $M$  и  $K$ . Тангента на  $k_1$  у тачки  $M$  и тангента на  $k_2$  у тачки  $K$  се секу у тачки  $C$ . Докажи да је  $\sphericalangle MAC = \sphericalangle BAK$ .
3. Нека су  $D, E, F$  тачке симетричне центру описане кружнице оштроуглог троугла  $ABC$  у односу на странице  $BC, CA, AB$ , редом. Докажи да се дужи  $AD, BE, CF$  секу у једној тачки.
4. Одреди најмањи природан број који је 2015 пута већи од збира својих цифара.
5. Да ли је могуће сваку тачку на бројевној правој која одговара природном броју обојити једном од три боје – плавом, црвеном или зеленом – тако да нису све тачке обојене истом бојом, да збир плавог и црвеног броја увек буде зелен, збир плавог и зеленог броја буде црвен, а збир црвеног и зеленог броја увек буде плави број?