

Државно такмичење из математике

седми разред:

2009.

1. Ако $13 \mid (a^2 + b^2)$, докажи да $13 \mid (2a + 3b) \cdot (3a + 2b)$.
2. У круг полупречника 1 су уписани правоугаоник $ABCD$, са страницама $AB = a$ и $BC = b$, и једнакокраки троугао CDE са основицом CD . За које вредности странице b троугао CDE и правоугаоник $ABCD$ имају једнаке површине.
3. Одреди све природне бројеве x и y такве да је
$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2009}.$$
4. Две наспрамне странице конвексног четвороугла леже на узајамно нормалним правама и њихове дужине су 8cm и 6cm. Одреди дужину дужи која спаја средишта дијагонала тог четвороугла.
5. Бранко је изабрао 4 броја. Воја је за свака два Бранкова броја израчунао разлику већег и мањег броја и добио бројеве:
$$2, 2, 3, 4, 5, 6.$$
Вера тврди да је Воја погрешно у рачуну. Да ли је Вера у праву?