

Државно такмичење из математике

седми разред:

2002.

1. Ако су m и n било која два троцифрена броја, доказати да тада број m^n има мање од 3000 цифара.
2. Доказати да је у правилном деветоуглу разлика дужина најдуже и најкраће дијагонале једнака дужини странице деветоугла.
3. Ако је $a^2 + b^2 = (a + b - c)^2$, где је $b \neq c$ и $a + b - c \neq 0$, тада је

$$\frac{a^2 + (a - c)^2}{b^2 + (b - c)^2} = \frac{a - c}{b - c}.$$

Доказати.

4. У правоугаонику $ABCD$ тачка M је средиште дужи AB , а E пресек дијагонале AC и дужи DM . Ако је $AB = \sqrt{2}$ и $BC = 1$, доказати да је тада $\angle CED$ прав.
5. Сви природни бројеви од 1 до 10 написани су један за другим у произвољном поретку. Испод сваког од тих 10 бројева написан је његов редни број (испод првог 1, испод другог 2 итд.), а затим су сабрани бројеви који се налазе један испод другог. Доказати да се бар два од тако добијених десет бројева (збирова) завршавају истом цифром.