

Министарство просвете Републике Србије  
Друштво математичара Србије  
ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

4. март 2023.

Први разред - Б категорија

1. Група ученика учествовала је на кросу. Процент броја ученика који су испунили норму је не мањи од 96,8%, а није ни већи од 97,2%. Који је најмањи могући број ученика који су учествовали на том кросу?
2. Тачка  $E$  је средиште странице  $AB$  четвороугла  $ABCD$ . Тачке  $F$  и  $G$  су такве да важи  $\vec{EF} = \vec{BC}$  и  $\vec{EG} = \vec{AD}$ . Ако је тачка  $H$  средиште  $CD$ , доказати да су тачке  $F$ ,  $G$  и  $H$  колинеарне.
3. Дат је природан број  $n$  који има 6 различитих природних делилаца чији је збир једнак 22. Доказати да је  $n$  дељив са 420.
4. Нека је  $\mathbb{N}_{13} = \{1, 2, 3, \dots, 13\}$ . Колико има бијекција  $f: \mathbb{N}_{13} \rightarrow \mathbb{N}_{13}$  таквих да је  $f(3) = 13$ , при чему, за све  $x \in \mathbb{N}_{13} \setminus \{3\}$ , важи да су  $x$  и  $f(x)$  различите парности?
5. Једна просторија је на почетку празна. Сваког минута или једна особа уђе у њу или две особе из ње изађу. Може ли после тачно 100 сати у просторији бити тачно 2023 особе?

Време за рад 180 минута.  
Сваки задатак вреди 20 поена.  
Решења задатака детаљно образложити.