

Министарство просвете Републике Србије
Друштво математичара Србије
ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
4. март 2023.

Четврти разред - Б категорија

1. У зависности од реалног параметра m дискутовати колико реалних решења има једначина

$$|x^2 + x - 2| = x + m.$$

2. Доказати да је површина правилног осмоугла једнака производу дужина његове најмање и његове највеће дијагонале.

3. У скупу целих бројева решити једначину $x^3 + 24 = 2^x$.

4. Авио-компанија Ер-ДМС жели да 150 путника распореди на исто толико седишта у авиону, која су распоређена у 25 редова са по 6 седишта, 3 са сваке стране пролаза. При томе, неки путници путују у групама и Ер-ДМС жели да их распореди што ближе једне другима: две групе од четири путника, тако да двоје седе тачно испред друго двоје из групе; пет група од троје и осам група од двоје тако да седе на три, односно два, узастопна седишта у реду, непрекинута пролазом. На колико различитих начина Ер-ДМС може распоредити путнике у овај авион?

5. Нека је n природан број. Доказати да за $x > 1$ важи неједнакост

$$nx^{\frac{1}{n}} \leq x + n - 1.$$

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.
Решења задатака детаљно образложити.