

Министарство просвете Републике Србије
Друштво математичара Србије
ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
4. март 2023.

Други разред - Б категорија

1. Нека су a , b и c позитивни реални бројеви и нека је $a + b < c$. Доказати да вредност израза

$$\sqrt{a + b + c + 2\sqrt{ac + bc}} + \sqrt{a + b + c - 2\sqrt{ac + bc}}$$

не зависи од a и b .

2. Уколико постоји, испитати да ли је троугао чије су висине:

(а) 5 cm, 12 cm, 13 cm; (б) 6 cm, 9 cm, 12 cm;

оштроугли, правоугли или тупоугли.

3. Ако су сви коефицијенти квадратне једначине $ax^2 + bx + c = 0$ непарни цели бројеви, доказати да тада решења те једначине не могу бити рационални бројеви.

4. Доказати да се у три мерења на ваги са теразијама, од укупно 23 куглице, које су једнаке по свим атрибутима, осим што је тачно једна тежа од осталих, може пронаћи та тежа куглица.

5. У скупу реалних бројева решити неједначину

$$\sqrt{48} + \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}-1} \geq \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}+1}.$$

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.
Решења задатака детаљно образложити.