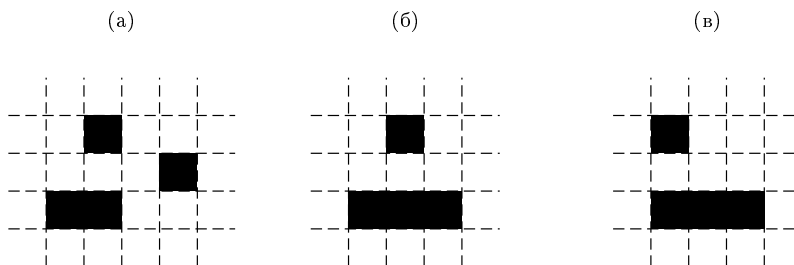


Министарство просвете Републике Србије
Друштво математичара Србије
ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

25. март 2023.

Трећи разред - А категорија

- У скупу природних бројева решити једначину $\log_5(2^n - 3) = \log_3 \frac{4n^2 - 10n + 9}{5}$.
- Одредити све уређене парове (x, y) природних бројева такве да су бројеви $x + y$ и $x^2 + y^2 - 2$ степени двојке.
- Нека је M средиште странице BC , а H ортоцентар оштроуглог троугла ABC , $AB \neq AC$. Нека је L тачка на краћем луку BC описане кружности троугла ABC тако да је $\sphericalangle CAL = \sphericalangle BAM$. Доказати да се нормала у тачки L на праву AL , нормала у тачки H на праву AM и тангента у тачки A на описану кружницу троугла ABC секу у једној тачки.
- За сваку од фигура приказаних на сликама (а), (б) и (в), посебно, наћи све природне бројеве n такве да се табла $n \times n$ може попловати фигуром као на датој слици. Под попловачањем табле приказаном фигуром подразумевамо да је свако поље полазне табле прекривено тачно једанпут. Дозвољено је користити коначно много осних рефлексија и ротација (за 90° степени у оба смера).



Време за рад 240 минута.
Сваки задатак вреди 25 поена.
Решења задатака детаљно образложити.