

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

20.02.2022.

Први разред – Б категорија

1. За  $m, n \in \mathbb{N}$  нека је  $m \rho n$  ако и само ако је  $mn$  потпун квадрат. Испитати да ли је релација  $\rho$  рефлексивна, симетрична, антисиметрична или транзитивна. Да ли је  $\rho$  релација еквиваленције? Да ли је  $\rho$  релација поретка?

2. Одредити све природне бројеве  $n$  и просте бројеве  $p$  за које важи

$$n^2 + p^4 = 100p^2 + 1.$$

3. Над странама квадрата странице  $a$ , у спољашњости квадрата, конструисани су међусобно подударни трапези, тако да темена тих трапеза чине темена правилног дванаестоугла. Ако је површина добијеног дванаестоугла 2022, одредити  $a$ .

4. Тамара има 8 различитих креда у боји. Она на табли записује све могуће датуме који се могу записати помоћу пет двојки и три нуле (један такав датум је и данас – 20.02.2022.) и притом сваку цифру записује другом бојом. Одредити укупан број различитих датума које Тамара може записати на табли, ако је одређено којих 5 боја ће се користити за записивање двојки, а самим тим и које 3 боје ће се користити за записивање нула. (При писању датума користе се све цифре, при чему се приликом писања редног броја дана и месеца, али не и године, записују и водеће нуле, ако оне постоје. Датуми  $a_1a_2.a_3a_4.a_5a_6a_7a_8$ . и  $b_1b_2.b_3b_4.b_5b_6b_7b_8$ . су различити ако за било које  $i \in \{1, \dots, 8\}$  цифре  $a_i$  и  $b_i$  нису исте или нису обојене истом бојом.)

5. За  $a, b \in \mathbb{R}$  нека је  $a * b = a + b$ ,  $a \oplus b = \min\{a, b\} = \begin{cases} a, & \text{ако је } a \leq b \\ b, & \text{ако је } a > b \end{cases}$  и нека операција  $*$  има приоритет у односу на операцију  $\oplus$ . У зависности од  $c \in \mathbb{R}$  скицирати график функције

$$f(x) = x * x \oplus 3 * x \oplus c.$$