

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије  
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

20.02.2022.

Трећи разред – Б категорија

1. У скупу реалних бројева решити неједначину

$$\frac{3^{x+1} + 5^{x-1}}{5^x - 3^x} \geq 2.$$

2. У скупу реалних бројева решити систем једначина

$$y = 4x^3 + 12x^2 + 12x + 3, \quad x = 4y^3 + 12y^2 + 12y + 3.$$

3. Нека су  $R, a > 0$ . У лопту полупречника  $R$  уписана је права купа висине  $\frac{3R}{2}$ . На којој удаљености од врха купе треба конструисати раван паралелну основи купе, тако да разлика између површине пресека те равни и лопте и површине пресека те равни и купе буде једнака  $a^2\pi$ ?

4. Природни бројеви од 1 до 360 подељени су у 9 подскупова суседних бројева:

$$A_1 = \{1, 2, \dots, 40\}, A_2 = \{41, 42, \dots, 80\}, \dots, A_9 = \{321, 322, \dots, 360\}.$$

Нека је  $S_i$  збир бројева у  $A_i$ , за  $1 \leq i \leq 9$ . Да ли је могуће распоредити бројеве  $S_1, S_2, \dots, S_9$  у квадрат  $3 \times 3$ , тако да он буде магичан? (Квадрат  $3 \times 3$  је магичан ако је збир бројева уписаних у поља сваке његове врсте, сваке његове колоне и обе његове дијагонале исти.)

5. У скупу природних бројева решити једначину

$$x^{20} + 2^{y^2+y} = 2022^z.$$

Време за рад 180 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.