

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
20.02.2022.

Први разред – А категорија

- Нека је n природан број, A_n скуп свих n -тоцифрених бројева којима је збир цифара у декадном запису једнак 4, а B_n скуп свих n -тоцифрених бројева којима је производ цифара у декадном запису једнак 8. У зависности од n одредити који од наведених скупова има већи број елемената.
- Одредити све функције $f, g: (\frac{1}{2}, 2) \rightarrow \mathbb{R}$, такве да за свако $x \in (\frac{1}{2}, 2)$ важи

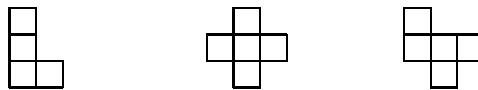
$$xf(x) + g\left(\frac{4x+1}{2x+2}\right) = x \quad \text{и} \quad 2f\left(\frac{1}{x}\right) - g\left(\frac{x+4}{2x+2}\right) = -4x.$$

- Нека је $\triangle ABC$ правоугли. Конструисати тачку N унутар $\triangle ABC$ тако да је

$$\angle NBC = \angle NCA = \angle NAB.$$

- У скупу природних бројева решити једначину $20^x + 2^y = 2022^z$.

- Шаховска табла димензије 8×8 поплочана је фигурама са слике



(фигуре се могу ротирати и обртати; могуће је користити произвољан број фигура сваког од три наведена облика; табла је поплочана ако свако поље табле покрива тачно једна фигура). Одредити најмањи могући број фигура првог од наведених облика који је употребљен у поплочавању.

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.