

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

12.03.2022.

Трећи разред – А категорија

1. Нека су $S(n)$ и $P(n)$, редом, збир и производ цифара природног броја n у декадном систему. Да ли постоји природан број n за који је

$$n \cdot P(n) \cdot S(n) = \underbrace{22 \dots 2}_{2022}?$$

2. Од листа папира исечен је једнакостраничан троугао ABC странице 2. Уочене су тачке $X \in CB$, $Y \in CA$ и папир је пресавијен по дужи XY , а притом се теме C пресликало у тачку C' која припада дужи AB . Доказати да је $XY \geq 1$.
3. Нека је $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ функција, таква да је збир бројева додељених теменима произвољног правилног октаедра једнак 0. Доказати да функција f свакој тачки простора \mathbb{R}^3 додељује број 0.
4. Колико има $a \in \mathbb{C}$, таквих да тачке које одговарају бројевима $a, a^2, a^3, \dots, a^{2021}$ (у неком редоследу) у комплексној равни чине темена правилног 2021-тоугла?

Време за рад 240 минута.
Решења задатака детаљно образложити.