

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

12.03.2022.

Први разред – А категорија

1. Одредити све троцифрене бројеве \overline{abc} , где је $a, b, c \neq 0$, такве да важи $\overline{abc} = 3 \cdot a! + 2 \cdot b! + c!$. (\overline{abc} је број коме су a, b, c , редом, цифре стотина, десетица и јединица у декадном систему.)
2. На табли је написан низ свих степена двојке $(1, 2, 4, \dots)$ у растућем редоследу. Аца и Браца играју игру у којој наизменично повлаче потезе, а први на потезу је Аца. Играч који је на потезу замењује два узастопна броја са табле њиховим збиром. Браци је циљ да после неког потеза на табли постоје два броја већа од 1 који се разликују за 1.
 - (а) Доказати да Аца може повлачити потезе тако да спречи Брацин циљ.
 - (б) Уколико је Браци познато да ће му у неком тренутку бити дозвољено да одигра два узастопна потеза, доказати да онда може остварити свој циљ.
3. Одредити све природне бројеве n , за које постоје реални бројеви a, b, c тако да важи
$$\{a + b + c, ab + bc + ca, abc\} = \{n, n + 1, n + 2\}.$$
4. Одредити највећу могућу вредност броја n , таквог да постоји конвексан n -тоугао који се може разложити на дисјунктну унију троуглова који су или правоугли једнакокраки или правоугли са угловима 15° и 75° . (Два троугла су дисјунктна ако немају заједничку унутрашњу тачку.)

Време за рад 240 минута.
Решења задатака детаљно образложити.