

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

27. фебруар 2021.

Први разред – Б категорија

- Доказати да је за сваку цифру a број $\overline{2a2a2a21}$ сложен.
- (а) Дат је ненегативан реалан број a . У скупу реалних бројева решити једначину
$$2021(x + |x|) = |x + a|.$$
(б) Може ли се број a одабрати тако да дата једначина има тачно једно реално решење?
- У једном реду биоскопа је $2n$ седишта. Треба означити n седишта на којима ће седење бити дозвољено, при чему правило дистанце налаже да два посетиоца не смеју да седе један до другог. На колико начина се то може учинити?
- На страницама AB и AC троугла ABC дате су тачке D и E , редом. Дужи BE и CD секу се у тачки P . Ако је $CE = CP$ и $AE = 2 \cdot DP$, доказати да је D средиште странице AB .
- Наћи све природне бројеве n за које је $n \cdot 2^{n-3} + 3$ квадрат целог броја.

Време за рад: 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.
Сваки задатак вреди 20 бодова.