

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

27. фебруар 2021.

Четврти разред – Б категорија

1. Доказати да је број $2020^{2020} + 2021^{2021}$ сложен.
2. Дато нам је шест различитих лопти и три кутије. У прву кутију може да стане једна лопта, у другу три, а у трећу пет. На колико начина се ове лопте могу распоредити у кутије?
3. Доказати да једначина $x^{2021} = \sin x$ има тачно три реална решења.
4. Тачке P , A , B и C су такве да је $PA = 1$, $PB = 2$, $PC = 4$ и $\sphericalangle APB = \sphericalangle BPC < 90^\circ$. Права AP сече описану кружницу троугла ABC у тачки D различитој од A и C . Одредити дужину дужи AD .
5. Колико реалних решења (x, y) има систем једначина

$$\begin{cases} x^2 = 8y - 4a \\ y^2 = x - a \end{cases}$$

у зависности од реалног параметра a ?

Време за рад: 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.
Сваки задатак вреди 20 бодова.