

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

1. март 2020.

Четврти разред – Б категорија

1. Дат је скуп  $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ . Колико има пресликавања  $f : A \rightarrow A$  која сваки паран број сликају у паран број, а сваки број дељив са 3 у број дељив са 3?
2. Некопланарне тачке  $A, B, C$  и  $D$  у простору су такве да је  $AB = BC = CD = DA$ . Нека је  $M$  средиште дужи  $AC$ , а  $N$  средиште дужи  $BD$ . Доказати да је  $MN$  заједничка нормала за праве  $AC$  и  $BD$ .

3. Решити једначину

$$x^2 + (x - 3) \log_2 x = 4x - 3.$$

4. На хипотенузи  $AB$  једнакокрако-правоуглог троугла  $ABC$  дате су тачке  $P$  и  $Q$  (при чему је  $P$  између  $A$  и  $Q$ ) такве да је  $\angle PCQ = 45^\circ$ . Доказати да је  $AP^2 + QB^2 = PQ^2$ .
5. У скупу целих бројева решити једначину

$$2x^3 + 3x^2 + 3x = 2020 + 9y.$$

Време за рад: 180 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.  
Сваки задатак вреди 20 бодова.