

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

22. август 2020.

Други разред – Б категорија

1. Циркус се састоји од шесторо људи и три слона: Јоце, Жике и Персе. Они треба да путују у четири различита камиона. У сваком камиону мора бити бар по један човек (слонови не возе), али два слона не могу да стану у један камион. Са слоницом Персом у камиону мора да буде бар двоје људи. Других ограничења нема. На колико начина се цео циркус може распоредити у камионе?

2. Нека је O обим, а P површина датог троугла. Доказати да важи $O^2 \geq 18P$.

3. За које вредности реалног параметра p систем

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x \\ x^2 + y^2 + p^2 = 2x + 2py \end{cases}$$

има бар једно реално решење?

4. Дато је осам дужи чије су дужине не мање од 100 и не веће од 2020. Доказати да се међу овим дужима могу одабрати три тако да буду странице неког троугла.

5. Доказати да број

$$21! + 3! + 2020! + n!$$

није потпун квадрат ни за један природан број n .

Време за рад: 240 минута.
Решења задатака детаљно образложити.
Сваки задатак вреди 20 бодова.