

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

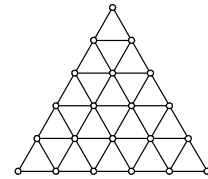
ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

22. август 2020.

Трећи разред – Б категорија

1. Да ли постоје цифре  $x > 0$  и  $y$  такве да је број  $\overline{xxxyyy}$  потпун квадрат?

2. Једнакостранични троугао странице 5 подељен је на 25 јединичних троуглова као на слици. У свако од темена јединичних троуглова уписан је природан број. Ако је збир бројева у теменима сваког јединичног троугла дељив са 3, доказати да је збир бројева у теменима сваког једнакостраничног троугла састављеног од јединичних такође дељив са 3.



3. У простору су дате три некопланарне праве кроз тачку  $O$ . Колико има правих кроз тачку  $O$  које са овим трима правим заклапају једнаке углове?

4. Доказати да важи

$$\frac{\sqrt{3 - \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \cdots \sqrt{6}}}}}}{\sqrt{3 - \sqrt{6 + \sqrt{6 + \cdots \sqrt{6}}}}} > \frac{1}{\sqrt{6}},$$

где се у бројиоцу појављује 2020 корена, а у имениоцу 2019.

5. На шаховској табли ( $8 \times 8$ ) у другом реду стоји осам пиона исте боје. Анка и Бранка наизменично померају по једног пиона по шаховским правилима. Прва игра Анка. Побеђује играч који први дотера једног пиона на осми ред табле. Ако оба играча играју савршено, ко ће победити?

(По шаховским правилима сви пиони иду право напред, и то за по једно поље; изузетак су пиони у другом реду коју могу да се помере за једно или два поља напред.)

Време за рад: 240 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.  
Сваки задатак вреди 20 бодова.