

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

22. август 2020.

Други разред – А категорија

1. Дат је троугао  $ABC$  површине 2020. Максим и Мина играју следећу игру: најпре Максим одабере тачку  $P$  на страници  $AB$  (може и теме), затим Мина бира тачку  $Q$  на страници  $BC$ , и најзад Максим бира тачку  $R$  на страници  $CA$ . Колику највећу површину троугла  $PQR$  Максим може да обезбеди независно од Минеог потеза?

2. Реални бројеви  $x$ ,  $y$  и  $z$  задовољавају једнакост

$$x^2 + 2y^2 + z^2 + xy - xz - yz = 1.$$

Одредити најмању могућу вредност броја  $x$ .

3. Да ли постоји бесконачно дугачак низ простих бројева са особином да је сваки члан низа осим првог једнак двоструком претходном увећаном или умањеном за 1?

(На пример, такву особину има низ 2, 3, 5, 11, 23, 47, али он се не може продужити.)

4. Колико највише поља шаховске табле ( $8 \times 8$ ) се може одабрати тако да ни са једног одабраног поља коњ не може стићи на друго са мање од 4 скока?

(По шаховским правилима, коњ једним скоком стиже на поље удаљено две врсте и једну колону или две колоне и једну врсту.)

Време за рад: 240 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.  
Сваки задатак вреди 25 бодова.