

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

22. август 2020.

Први разред – А категорија

1. Позитивни бројеви  $a, b, c, d, e$  су такви да је

$$a(b+c) = b(c+d) = c(d+e) = d(e+a) = e(a+b).$$

Доказати да је  $a = b = c = d = e$ .

2. Два играча играју следећу игру: они наизменично записују по једну цифру, редом слева надесно, при чему ниједан играч не сме поновити већ искоришћену цифру. Игра се завршава после шест потеза. Први играч побеђује ако је тако добијен шестоцифрени број сложен, а други ако је прост. Који играч има победничку стратегију?

3. Дат је природан број  $n$  такав да  $6 \mid n$ . Доказати да постоји конвексан  $n$ -тоугао чији су сви углови једнаки и који се може поделити на фигуре следећа два типа:

(1°) правилне  $k$ -тоуглове за неко  $k < n$ ;

(2°) троугаоне одсечке  $A_1A_2A_3$  правилног  $\ell$ -тоугла  $A_1A_2 \dots A_\ell$  за неко  $\ell < n$ .

4. Одредити све ненегативне целе бројеве  $n$  и цифре  $a, b$  и  $c$  за које је број

$$M = \overbrace{10 \dots 0}^n \overbrace{a0 \dots 0}^n \overbrace{b0 \dots 0}^n c$$

производ три узастопна природна броја.

Време за рад: 240 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.  
Сваки задатак вреди 25 бодова.