

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

23. фебруар 2019.

Други разред – А категорија

1. У скупу реалних бројева решити једначину:

$$\frac{\sin x - \sqrt{\sin x}}{\cos x - \sqrt{\cos x}} = 1.$$

2. Одредити максималан број тачака у равни међу којима сваке три чине темена правоуглог троугла.

3. Да ли постоје природни бројеви m и n за које важи $n \leq 2019$ и

$$\left\lfloor \frac{am}{n} \right\rfloor = \lfloor ap \rfloor \quad \text{за све } a = 1, 2, \dots, 2019 \quad ?$$

(За реалан број x , са $\lfloor x \rfloor$ означавамо највећи цео број који није већи од x .)

4. У скупу ненегативних реалних бројева решити систем једначина:

$$a\sqrt{b} - c = a;$$

$$b\sqrt{c} - a = b;$$

$$c\sqrt{a} - b = c.$$

5. У школи се одржавају такмичења из m предмета. Из сваког предмета се такмичи mk ученика (исти ученик се може такмичити из више предмета). Доказати да се ученици могу разместити у k учионица на такав начин да у свакој учионици постоји бар по један такмичар из сваког од постојећих m предмета.

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.