

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

16. март 2019.

Трећи разред – Б категорија

1. Наћи збир свих троцифрених бројева који у свом декадном запису садрже само непарне цифре.

2. Решити једначину

$$(n^4 - 9n^2 + 19)^{n^3 + 14n^2 + 33n} = 1$$

у скупу целих бројева.

3. У зависности од реалног параметра k , одредити колико решења (x, y, z) у скупу реалних бројева има једначина

$$\sqrt{x^2 - 6xz + 6x + 9z^2 - 18z + 9} + |2x + ky - z + 2| + (x + 2y + kz - 1)^{20190316} = 0.$$

4. У Декартовом координатном систему су дате тачке $O(0, 0)$, $A(0, 1)$, $B(2, 0)$ и $C(4, 0)$. Наћи све могуће координате тачке M такве да важи

$$\angle OMA = \angle CMB \quad \text{и} \quad \angle MAO = \angle MBC.$$

5. Доказати да је за сваки природан број n , $n \geq 3$, цифра десетица броја 3^n парна.

Време за рад 240 минута.
Решења задатака детаљно образложити.