

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

23. фебруар 2019.

Четврти разред – Б категорија

1. У оштроуглом  $\triangle ABC$  углови код темена  $A$ ,  $B$  и  $C$  означени су са  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , редом. Ако важи

$$4 \sin \alpha + 5 \cos \beta = 6$$

и

$$5 \sin \beta + 4 \cos \alpha = 5,$$

одредити  $\gamma$ .

2. Нека је  $D$  скуп свих реалних бројева за које је израз

$$\sqrt{\log_2 \left( \cos \frac{\pi x}{\sqrt{2}} \right)}.$$

дефинисан. Означимо

$$A = \min_{x \in D} |2019 - x^2|.$$

Доказати да је  $A$  природан број и да је прост.

3. Да ли постоји природан број  $n$  за који важи

$$361 \mid n^2 + 4n - 15 \quad ?$$

4. У месту Доње Зуце сваки телефонски број има пет цифара које су поређане у строго растућем или строго опадајућем поретку, и притом прва цифра није 0. Колико максимално телефонских бројева може постојати у том месту?

5. Дат је паралелограм  $ABCD$  са оштрим углом код темена  $A$ . На правима  $AB$  и  $BC$  су уочене, редом, тачке  $L$  и  $K$  различите од тачке  $B$ , такве да важи  $KA = AB$  и  $LC = CB$ . Доказати да је петоугао  $AKLCD$  тетиван.

Време за рад 180 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.