

**Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије**

**ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА**

**10. март 2018.**

**Први разред – Б категорија**

1. Дат је  $\triangle ABC$  за који важи  $AB = AC = 18$  и  $BC = 4$ . Уочена је кружница  $k$  полупречника 7 која пролази кроз тачке  $B$  и  $C$ , а притом се њен центар, тачка  $O$ , налази унутар  $\triangle ABC$ . Из тачке  $A$  су повучене тангенте на  $k$  које је додирују у тачкама  $N$  и  $M$ . Наћи површину четвороугла  $OMAN$ .

2. Решити систем:

$$\frac{xy}{x+y} = \frac{2}{3};$$

$$\frac{yz}{y+z} = \frac{6}{5};$$

$$\frac{zx}{z+x} = \frac{3}{4}.$$

3. На колико начина је таблицу  $3 \times 3$  могуће попунити елементима скупа  $\{10, 3, 2018\}$  ако збир бројева у свакој врсти, свакој колони и на обе дијагонале мора бити дељив са 3?

4. Одредити све тројке  $(x, y, z)$  целих бројева за које важи:

$$x^2 + xy + yz = y^2 + yz + zx = z^2 + zx + xy = 2017 + 2018^{2018}.$$

5. Постоји ли троугао коме је полупречник описане кружнице 2018, а који се може сместити у круг полупречника 60?

Време за рад 240 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.