

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

10. март 2018.

Трећи разред – Б категорија

1. Решити неједначину:

$$\log_{9x} 3x + \log_{3x^2} 9x^2 < \frac{5}{2}.$$

2. Решити једначину:

$$\sin x = \sqrt{\sin^2 3x - \sin^2 2x}.$$

3. Да ли постоји број облика

$$200\dots 0018$$

(где се нуле појављују произвољан број пута) који се може представити као производ неколико (два или више) узастопних природних бројева?

4. У равни бирамо n тачака таквих да је скуп свих растојања између парова ових тачака $\{1, 2, 3, \dots, \frac{n(n-1)}{2}\}$ (дакле, свака од ових вредности се појављује тачно једном као растојање између неке две од уочених тачака). Да ли је ово могуће постићи за:

а) $n = 4$;

б) $n = 5$?

5. Дат је $\triangle ABC$, и уочена је кружница γ која садржи тачку A , додирује кружницу описану око $\triangle ABC$, и додирује праву BC у тачки D , при чему је B између C и D . Ако важи $\angle BAC = \pi - \arcsin \frac{35}{37}$, $BC = 70$ и $BD = 10$, одредити полупречник кружнице γ .