

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

24. фебруар 2018.

Четврти разред – Б категорија

1. Одредити површину фигуре која је у Декартовом координатном систему одређена неједначинама:

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &\leq 4(x + y - 1); \\ y &\leq \sqrt{x^2 - 4x + 4}.\end{aligned}$$

2. Одредити колико постоји тројки  $(a, b, c)$  природних бројева не већих од 2018 таквих да су бројеви

$$24^a + 2^b + 2018^c \quad \text{и} \quad 10^c + 3^a + 2018^b$$

дељиви са 3.

3. На страници  $BC$  једнакостраничног  $\triangle ABC$  уочена је тачка  $M$ . Доказати:

$$MB \cdot MC = AB^2 - AM^2.$$

4. Таблица  $n \times n$  попуњава се бројевима 1, 0 и  $-1$  на такав начин да зборови бројева у свакој врсти и у свакој колони (укупно  $2n$  таквих зброва) сви буду међусобно различити. Да ли је ово могуће постићи за:

а)  $n = 3$ ;

б)  $n = 4$ ?

5. У зависности од реалног параметра  $a$ , испитати колико различитих реалних решења има једначина

$$x^3 - 3x = a.$$

Време за рад 180 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.