

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

24. фебруар 2018.

Трећи разред – А категорија

1. Одредити најмању вредност функције

$$f(x) = \frac{x^2}{x-9}$$

на интервалу $x \in (9, \infty)$.

2. У скупу природних бројева решити једначину

$$x! + 4 = 4(x + 3)^y.$$

3. Нека су BE и CF висине оштроуглог $\triangle ABC$, $AB \neq AC$, а M и N , редом, средишта дужи BC и EF . Доказати да центар кружнице описане око $\triangle AMN$ лежи на правој кроз A паралелној правој BC .

4. Наћи све природне бројеве $n \geq 2$ за које постоје међусобно различити реални бројеви a_1, a_2, \dots, a_n такви да су испуњена следећа два услова:

- када се сваки од ових n бројева замени збиром преосталих $n-1$ бројева (свих осим њега), добија се исти скуп бројева;
- не постоји подела ових n бројева на два дисјунктна непразна скупа таква да су суме $(n+1)$ -их степена елемената тих скупова међусобно једнаке.

5. Компјутерски чип се састоји од n транзистора. Неки транзистори су повезани водовима. За свака два транзистора x и y важи: уколико x и y нису повезани водом, тада из транзистора x и y укупно полази бар $n-1$ водова. Доказати да укупан број водова износи бар $\frac{\binom{n}{2}}{2}$.

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.