

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

24. фебруар 2018.

Други разред – А категорија

1. У зависности од реалног параметра  $a$ , решити једначину

$$\sqrt{2x - a} - \sqrt{x - 1} = 2$$

у скупу реалних бројева.

2. Новица на тренингу гађа кош. За сваки погодак добија 1 поен, а за сваки промашај одузима му се  $k$  поена, где је  $k$  фиксиран природан број. (На почетку има 0 поена, а број освојених поена у неком тренутку током тренинга може бити и негативан.) На крају тренинга Новица је имао  $k$  поена. Ако је познато да је Новица погодио у више од 75% а мање од 80% од укупног броја бацања, одредити  $k$ .
3. Дат је  $\triangle ABC$ , чији је ортоцентар  $H$ , а  $M$  је средиште странице  $BC$ . За подножје нормале  $N$  из  $H$  на  $AM$  важи  $AN = 3MN$ . Доказати:  $AM = BC$ .
4. Претпоставимо да се сви позитивни делиоци природног броја  $n$  (укључујући 1 и  $n$ ) могу поделити у дисјунктне парове на такав начин да је збир бројева у сваком пару прост број. Доказати да су овако добијени прости бројеви међусобно различити.
5. Број зовемо *мегапрост* ако је прост, свака цифра му је прост број и збир цифара му је прост број. Доказати да мегапростих бројева са 2018 цифара има мање од  $11 \cdot 4^{2015}$ .

Време за рад 180 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.