

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

11. март 2017.

Трећи разред – Б категорија

1. У интервалу  $[0, 2\pi]$  решити једначину

$$\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 1.$$

2. Основа пирамиде  $MABC$  је једнакокраки  $\triangle ABC$  ( $AB \cong AC$ ). Подножје висине пирамиде из врха  $M$  је на средини висине  $AA_0$  у  $\triangle ABC$ . Кроз ивицу  $BC$  је постављена раван која је нормална на ивицу  $MA$  и сече је у тачки  $S$ . Познато је да та раван заклапа угао од  $30^\circ$  са равни  $ABC$ . Ако запремина пирамиде  $SABC$  износи 2017, наћи запремину пирамиде  $MSBC$ .

3. Да ли је могуће број 2017 представити као збир три природна броја таква да никоја два међу њима нису узајамно прости?

4. Дате су тачке  $A(1, 0)$  и  $B(4, 3)$ . За реалан број  $p$ , означимо са  $N_p$  тачку на правој  $AB$  која је најближа кружници

$$(x - p)^2 + (y - 1 - p^2)^2 = 1$$

(под растојањем тачке од кружнице подразумевамо растојање од те тачке до њој најближе тачке на кружници). За које вредности параметра  $p$  се тачка  $N_p$  налази строго између тачака  $A$  и  $B$ ?

5. Одредити број начина да се природан број  $n$  представи као збир неколико (два или више) природних бројева, при чему је битан поредак. (На пример, за  $n = 4$  имамо следеће могућности:  $3+1$ ,  $2+2$ ,  $1+3$ ,  $2+1+1$ ,  $1+2+1$ ,  $1+1+2$ ,  $1+1+1+1$ , тј. укупно 7 тражених начина.)

Време за рад 240 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.