

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

19. фебруар 2017.

Четврти разред – А категорија

1. Дати су вектори $\vec{a} = (2, 1, p)$ и $\vec{b} = (2, p + 1, 4)$.
- а) Одредити све могуће вредности параметра p за које постоји вектор \vec{v} такав да важи:

$$\vec{a} \cdot \vec{v} = |\vec{b}|;$$
$$\vec{a} \times \vec{v} = \vec{b}.$$

- б) За сваку такву вредност p одредити све такве векторе \vec{v} , и за сваки од њих одредити углове које он заклапа са \vec{a} и \vec{b} .
2. Колико постоји растућих коначних низова природних бројева чији је први елемент једнак 1, последњи елемент једнак 25, и свака два узастопна члана се разликују за 2 или 3?
3. Дат је природан број n . Нека је N број бројева који записани у систему са основом $n + 1$ имају све цифре различите од 0 и различите међусобно. Доказати:

$$|n!e - N| < 1 + \frac{1}{n}.$$

4. Из тачке P су конструисане тангенте PA и PB на кружницу γ (где $A, B \in \gamma$). На правој PA уочена је тачка Q таква да важи распоред $P - A - Q$ и $PA \cong AQ$, а C је произвољна тачка на дужи AB различита од A и B . Кружница описана око $\triangle PBC$ сече кружницу γ у тачки D , $D \neq B$. Доказати: $\angle PBD \cong \angle QCA$.
5. У скупу ненегативних целих бројева решити једначину

$$p^3 + 41 = 7(7q! - r^3).$$

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.