

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

19. фебруар 2017.

Трећи разред – Б категорија

1. Решити једначину:

$$\frac{\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x}{3 \sin x + \cos 2x} = \operatorname{ctg} 2x.$$

2. Дат је  $\triangle ABC$ . Права паралелна са  $AC$  сече страницу  $AB$  у тачки  $P$ , тежишну дуж  $AA_1$  у тачки  $K$ , а страницу  $BC$  у тачки  $L$ . Ако важи  $PK = 7$  и  $KL = 5$ , одредити дужину странице  $AC$ .

3. Наћи све вредности реалног параметра  $m$  за које систем једначина

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= 4; \\(x + m)^2 + (y - m)^2 &= 1\end{aligned}$$

има тачно једно решење.

4. Наћи све природне бројеве  $n$  за које су сви бројеви  $n + 1$ ,  $n + 3$ ,  $n + 7$ ,  $n + 9$ ,  $n + 13$  и  $n + 15$  прости.

5. У кутији постоји 67 куглица које долазе у две величине (мале и велике) и две боје (беле и црвене). Познато је:

- број црвених куглица је дељив са 5;
- број великих црвених куглица једнак је броју белих куглица;
- од све четири врсте куглица, најмање има малих белих;
- број куглица сваке врсте је прост.

Одредити колико у кутији има куглица од сваке врсте.

Време за рад 180 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.