

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

5. март 2016.

Први разред – Б категорија

1. a) Полином $x^8 + x^4 + 1$ представити као производ три полинома степена бар 1.
b) Рационалисати именилац разломка $\frac{1}{1 + \sqrt[4]{3} + \sqrt{3}}$.
2. Посматрајмо број

$$122333\ldots\underbrace{99\ldots9}_{9 \text{ пута}}\underbrace{1010\ldots10}_{10 \text{ пута}}\underbrace{2020\ldots20}_{20 \text{ пута}}$$

(дакле, посматрани број добијен је надовезивањем броја 1 записаног једном, броја 2 записаног два пута, броја 3 записаног три пута итд. до броја 20 записаног двадесет пута). Испитати да ли је посматрани број:

- a) дељив са 9;
- b) дељив са 11;
- c) потпун квадрат;
- d) дељив са 16.
3. Да ли постоји пермутација $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ бројева 1, 2, 3, 4, 5 таква да важи $(a_1 + a_2)(a_2 + a_3)(a_3 + a_4)(a_4 + a_5)(a_5 + a_1) = (a_1 + a_3)(a_3 + a_5)(a_5 + a_2)(a_2 + a_4)(a_4 + a_1)$?
4. У једнакокраком $\triangle ABC$, $AB = BC$, тачка M је подножје висине из темена B , а симетрала $\angle BAC$ сече страницу BC у тачки K . Ако важи $2BM = AK$, одредити углове тог троугла.
5. Дат је конвексан четвороугао $ABCD$. Конструисати праву која пролази кроз теме A и дели тај четвороугао на два дела једнаких површина.

Време за рад 240 минута.
Решења задатака детаљно образложити.