

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

5. март 2016.

Други разред – Б категорија

1. Решити неједначину

$$\log_{2-\frac{1}{5}x}(x^2 - 4x + 4) < 2.$$

2. Решити систем једначина

$$3x^2 + 2xy + 6y^2 = 24;$$

$$x^4 + 4y^4 = 64.$$

3. Одредити све природне бројеве  $n$  за које је

$$1 + 2 \cdot 3^n + 10^n + 19^n$$

потпун квадрат природног броја.

4. Посматрајмо систем једначина

$$y_1 + y_2 + \dots + y_{1000} = 2016;$$

$$y_n = x_n^{2^{2^n}} \text{ за } n = 1, 2, 3, \dots, 1000.$$

(Дакле, систем има 1001 једначину и укупно 2000 непознатих.) Колико решења  $(x_1, x_2, \dots, x_{1000}, y_1, y_2, \dots, y_{1000})$  има посматрани систем у скупу ненегативних целих бројева?

5. Дат је оштроугли  $\triangle ABC$ . Конструисати нормалу на страницу  $AB$  која дели  $\triangle ABC$  на два дела једнаких површина.

Време за рад 240 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.