

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

5. март 2016.

Први разред – А категорија

1. Нека је операција „ $\diamond$ “ на скупу  $G = \{1, 2, 3, \dots, 2016\}$  задата доњом таблицом.

$\diamond$	1	2	3	4	...	2016
1	5	5	5	5	...	5
2	1	2	5	5	...	5
3	4	3	5	5	...	5
4	5	5	5	5	...	5
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
2016	5	5	5	5	...	5

(Унутар таблице на свим местима која нису експлицитно наведена налази се број 5.) Испитати да ли је операција „ $\diamond$ “ асоцијативна.

2. Дат је оштроугли  $\triangle ABC$  у ком важи  $AB < AC$ . Тачка  $D$  је средиште странице  $BC$ , а  $p$  је права симетрична правој  $AD$  у односу на симетралу  $\angle BAC$ . Ако је  $P$  подножје нормале из темена  $C$  на праву  $p$ , доказати једнакост  $\angle APD = \angle BAC$ .
3. Свака тачка тродимензионалног простора је обојена једном од две боје: црвеном или плавом. Притом, ако су три тачке  $A$ ,  $B$  и  $C$  обојене истом бојом и важи  $AB = AC$ , онда је и средиште дужи  $BC$  обојено истом том бојом. Доказати да постоји квадар чија су сва темена обојена истом бојом.
4. Производ биномног коефицијента  $\binom{64}{21}$  и непознатог непарног броја износи

$$5*6*0*8*862*1*7*7*4*4*5*12*9**.$$

Одредити цифре означене звездicom.

Време за рад 240 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.