

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

23. јануар 2016.

Први разред – Б категорија

1. На једном великом математичком такмичењу учествује 2016 ученика. Неки од њих су из исте школе, неки нису. Доказати да је могуће изабрати 32 ученика који су сви из различитих школа, или је могуће изабрати 66 ученика који су сви из исте школе.
2. Одредити све природне бројеве n за које је израз $n^2 + (n + 1)^2 + (n + 2)^2 + (n + 3)^2$ дељив са 10.
3. Наћи све тројке (x, y, z) природних бројева за које важи

$$xy^2z^3 = 384;$$

$$x^2y^3z = 1152.$$

4. Нека је a фиксиран реалан број. Решити једначину

$$|2x + a| - ax = 2$$

(решење изразити у зависности од параметра a).

5. Дат је $\triangle ABC$ са страницама $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Тачке D и E су дате на страницама AB и AC , редом, при чему је права DE тангента на уписану кружницу у $\triangle ABC$ и важи $DE \parallel BC$. Одредити дужину дужи DE (одговор изразити у функцији од страница a , b и c).

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.