

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

23. јануар 2016.

Први разред – А категорија

1. Наћи све природне бројеве n за које је $7 \cdot 2^n + 1$ потпун квадрат.
2. Дат је четвороугао $ABCD$ за који важи $AD \cong BC$ и $\angle A + \angle B = 120^\circ$. Доказати да у њему средишта дијагонала и средиште странице CD одређују једнакостраничан троугао.
3. Укруг је поређано 200 реалних бројева. Збир свих тих бројева износи 200. Збир свака три узастопна броја није већи од 3. Да ли је могуће да ови услови буду испуњени ако је један од датих бројева једнак 3?
4. Да ли је могуће таблицу формата $n \times n$ попунити нулама и јединицама, а да притом за свако i , $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, апсолутна вредност разлике броја јединица у i -тој врсти и i -тој колони буде једнака 1, за:
 - a) $n = 2015$;
 - b) $n = 2016$?
5. Нека је T тежиште оштроуглог $\triangle ABC$. Нека је A' подножје висине из тачке A на BC , а A'' тачка дужи BC за коју важи $BA' = A''C$. Означимо са M и N пресечне тачке полуправих AA'' и TA' , респективно, с кружницом описаном око $\triangle ABC$. Доказати: $MN \parallel BC$.

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.