

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

28. фебруар 2015.

Први разред – Б категорија

1. Одредити најмањи природан број који има тачно 2015 делилаца.
2. Дата је кружница  $k$ , њен пречник  $AB$  и тачка  $C$  на дужи  $AB$  различита од тачака  $A$  и  $B$ . Тачке  $X$  и  $Y$  припадају кружници  $k$  и симетричне су у односу на  $AB$ , при чему још важи  $CY \perp AX$ . Доказати да је четвороугао  $BYCX$  ромб.
3. Вештак на суду треба да из гомиле од 14 новчића издвоји 7 лажних (њему је познато који новчићи су лажни а који прави). Суду је познато да су лажни новчићи лакши од правих и да их има тачно 7, као и то да су сви лажни новчићи међусобно исте тежине и сви прави новчићи међусобно исте тежине. Вештак на располагању има вагу без тегова за извођење својих доказа пред судом. Доказати да у највише 3 мерења вештак може суду да докаже који су новчићи лажни.
4. На колико се начина могу обојити темена петоугла  $ABCDE$  помоћу четири боје ако суседна темена не могу бити исте боје?
5. Ако је полином

$$ax^5 + bx^4 + bx^3 + ax^2 + cx - 62$$

дељив полиномом

$$2x^2 - 5x + 2,$$

израчунати  $3a + 2b$ .

Време за рад 240 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.