

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

28. фебруар 2015.

Четврти разред – Б категорија

1. Пет различитих целих бројева a, b, c, d и e задовољавају једнакост

$$(3 - a)(3 - b)(3 - c)(3 - d)(3 - e) = 12.$$

Израчунати $a + b + c + d + e$.

2. Одредити колико има n -торки (x_1, x_2, \dots, x_n) код којих је свака координата из скупа $\{0, 1, 2\}$ и притом је збир $x_1 + x_2 + \dots + x_n$ паран.

3. Одредити све могуће вредности параметра $a \in \mathbb{R}$ такве да све нуле полинома

$$P(x) = x^4 + ax^2 + a^2x - 1$$

имају међусобно једнаке модуле.

4. У конвексном четвороуглу $ABCD$ важи $AD = 2$, $\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ$ и растојање између центара уписаних кружница у $\triangle ABD$ и $\triangle ACD$ износи $\sqrt{2}$. Наћи дужину странице BC .

5. Наћи најмању и највећу вредност израза

$$(x - y)^2 + xy,$$

уз услов

$$x^2 + y^2 = 4.$$