

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

28. фебруар 2015.

Трећи разред – Б категорија

1. У скупу природних бројева решити једначину

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{101}.$$

2. Перица има j јабука и k корпи које су распоређене за округлим столом. За које вредности j и k Перица може распоредити јабуке у корпе на такав начин да се за сваке две суседне корпе бројеви јабука у њима разликују тачно за 1?

3. Доказати једнакост

$$16 \sin^4 10^\circ + 8 \sin^3 10^\circ - 12 \sin^2 10^\circ - 4 \sin 10^\circ + 1 = 0.$$

4. Позитивни бројеви x и y задовољавају неједнакост

$$\frac{x^2 + y^2}{x + 2y} \leq 2.$$

Доказати да тада важи

$$\frac{x}{2} + y \leq 5.$$

5. На раван сто постављене су четири лопте при чему се сваке две додирују. Полупречници три од те четири лопте износе 2, 3 и 6. Израчунати полупречник четврте лопте.