

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

31. јануар 2015.

Други разред – Б категорија

1. Решити једначину

$$1 - \frac{2b}{x-a} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + x^2 - 2ax},$$

где су a и b фиксирани реални бројеви, а x је непозната.

2. Дат је $\triangle ABC$ у ком важи $\angle BAC = 60^\circ$, $AB = 2x$ и $AC = 3x$ (где је x нека задата дужина). Да ли је могуће овакав троугао исећи на три дела и од њих саставити правилан шестоугао?
3. Нека су p , q и r прости бројеви за које важи $p + q + 1 = r^2$. Доказати да је број $pq + 34$ сложен.
4. На крацима AB и AC једнакокраког $\triangle ABC$ одређене су тачке P и Q тако да је $\angle PMB = \angle QMC$, где је M средиште основице BC . Доказати да је $BQ = CP$.
5. На такмичењу из математике ученици раде 7 задатака, и на сваком од њих могу остварити 0, 1, 2, 3, 4 или 5 поена. Након прегледања испоставило се да постоји тачно 500 ученика који у скору имају 30 поена. Да ли међу ових 500 ученика морају постојати два који су на сваком задатку остварили подједнак број поена?

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.