

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

15.3.2014.

Први разред – Б категорија

1. Нека је  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ,

$$p(x) = ax^{2015} + bx^{2013} + cx^{11} + dx^3 + 16x^2 + 3$$

и  $p(8) = 2014$ . Одредити могуће вредности  $p(-8)$ .

2. Ако за реалне бројеве  $a, b, c, x, y$  и  $z$  важи  $ax + by + cz = 0$  и ако је израз

$$\frac{ax^2 + by^2 + cz^2}{bc(y - z)^2 + ca(z - x)^2 + ab(x - y)^2}$$

дефинисан, доказати да његова вредност не зависи од  $x, y$  и  $z$ .

3. У скупу природних бројева решити једначину

$$m^m + (mn)^n = 2014.$$

4. Нека су  $AD$  и  $BE$  висине оштроуглог троугла  $ABC$ . Права  $DE$  сече описану кружницу троугла  $ABC$  у тачкама  $M$  и  $N$ . Доказати да је  $CM = CN$ .

5. Посматрајмо све речи дужине 6 састављене од слова азбуке у којима су сва слова различита и поређана у азбучном поретку (нпр. АБВГЗШ је таква реч, а ГКЗХИЦ није). Да ли у свим оваквим речима има више појава слова М или слова С?

Време за рад 240 минута.  
Решења задатака детаљно обrazložiti.