

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

8.2.2014.

Први разред – Б категорија

1. За скупове  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , нека је

$$P = (A \setminus B) \cup C \quad \text{и} \quad Q = (A \cup C) \setminus B.$$

Испитати да ли за све овакве скупове важи нека од релација  $P \subseteq Q$ ,  $P = Q$  или  $Q \subseteq P$ .

2. Нека је  $ABCDEF$  конвексан шестоугао код кога је  $AB = AF$ ,  $BC = CD$  и  $DE = EF$ . Доказати да се симетрале углова  $BAF$ ,  $BCD$  и  $DEF$  секу у једној тачки.

3. У скупу целих бројева решити једначину

$$9a^2 - b^2 + 6b = 2014.$$

4. Нека је  $ABC$  троугао такав да важи  $\sphericalangle ABC \geq \sphericalangle BCA$ . Симетрала угла код темена  $A$  овог троугла сече страницу  $BC$  у тачки  $D$ . Нормала из тачке  $B$  на праву  $AD$  сече описану кружницу троугла  $ABD$  у тачки  $E \neq B$ . Доказати да центар  $O$  описане кружнице троугла  $ABC$  лежи на правој  $AE$ .

5. На стоваришту се налази 80 балвана. Неки имају дужину 3m, неки 4m, неки 5m, а неки 6m. Познато је да балвана дужине 4m има дупло више од балвана дужине 5m. Укупна дужина свих балвана је 345m. Све балване треба разрезати на комаде дужине 1m. Колико резова треба направити (једним резом може се разрезати само један балван)?

Време за рад 180 минута.

Решења задатака детаљно образложити.